

## Schrödinger und die Monsterwellen



Walter H. Aschbacher, TUM Garching, Tag der offenen Tür vom 18. Oktober 2008

## MS "München", Untergang am 12. Dezember 1978

"...Der Untergang der "München". Kaum ein Schiffsunglück der letzten 50 Jahre hat in Deutschland für ähnlich viel Aufsehen gesorgt wie das Schicksal des 261 Meter langen LASH-Carriers im Dezember 1978. Zehn Tage dauert die Suche. 13 Flugzeuge und 110 Schiffe durchkämmen nördlich der Azoren den Atlantik. Vergeblich. Keiner der 28 Menschen an Bord überlebt das Unglück. Bis heute ist unklar, wo die "München" unterging und was die Katastrophe ausgelöst hat." (L. Schmitz-Eggen, Homepage zum Buch *Die letzte Fahrt der "München"*)

Wahrscheinlicher Grund:  
sog. **Monsterwelle**  
(frz. *vague scélérate*, engl. *freak wave*)



## Beobachtungen

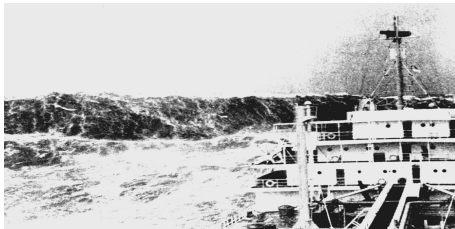
### Seemannsgarn?

- Wellen von der Höhe eines 10-stöckigen Gebäudes (20 bis 30 Meter hoch oder noch höher)
- Entstehung: schnell und scheinbar ohne Grund
- auf offener See (im Gegensatz zum Tsunami)
- 3 Typen:
  - 1 *Kaventsmann*: schnelle unförmige Einzelwelle, die nicht der Richtung des normalen Seegangs folgt
  - 2 *Drei Schwestern*: Wellengruppe aus kurz aufeinanderfolgenden Einzelwellen
  - 3 *Weisse Wand*: sehr steile Welle, Kamm mit Gischt

## Beobachtungen

### Weitere Havarien und Verluste

- Kreuzfahrtschiff *Queen Elizabeth 2*: 11.9.1995, Neufundlandbank (Typ 2: ca. 28m bis 33m)
- Kreuzfahrtschiff *Bremen*: 22.2.2001, Südatlantik, Zerstörung der Brücke, Maschineneausfall und 40° Schlagseite (Typ 3: ca. 35m)
- Verluste in den letzten 20 Jahren: 200 Cargo-Schiffe von über 200m Länge!



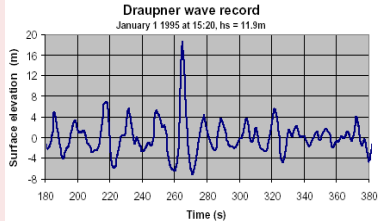
Golf von Biskaya: Ligne de sonde des 100 brasses (100-fathom curve) [Movie]

## Draupner Ölplattform, Nordsee, 1. Januar 1995

Vor Norwegens Küste befinden sich die beiden 119m hohen Plattformen des Draupner-Ölfeldes. Auf Draupner-E (rechts) wurde die erste Messung mittels Wellenlaser durchgeführt.



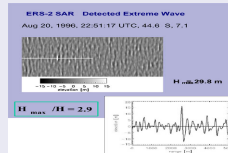
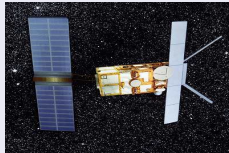
### Erste Messung



[Movie]

## EU-Projekt "MaxWave"

- ESA-Satellite ERS-1, ERS-2 (Radar)



Ozeanausschnitte der Größe 5km × 10km in Abständen von 200km

- TU Berlin, 2002: Wellentankversuche



Laborversuche zur Erzeugung von Monsterwellen motiviert durch Computersimulationen: explosionsartige Entstehung

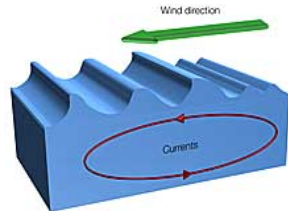
## Erklärungsversuche

### Problem

Um eine Monsterwelle zu erzeugen, muss die Energie mehrerer Normalwellen konzentriert werden!

Ursachen: Wind und Strömung

Welche Erklärungen sind dazu vorgeschlagen worden?



⇒ Modelle linearer und nichtlinearer Wellen!

# Lineare Wellen

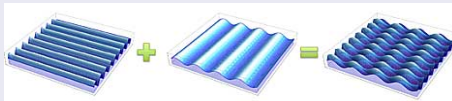
## Erklärung 1

- starker Wind gegen die Richtung der Meeresströmung  
(z.B. vor Ostküste Afrikas: Agulhas-Strom trifft auf Sturmwellen aus Antarktis)

Aber: Monsterwellen entstehen auch in Gebieten ohne bedeutende Strömung  
⇒ **Erklärung 1 unzureichend!**

## Erklärung 2

- lineare Interferenz und Superposition



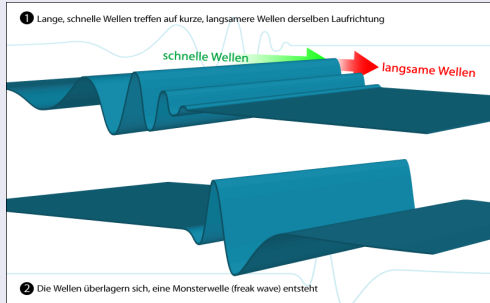
Aber: Häufigkeit und Höhe der resultierenden Wellen zu klein (Dispersion)  
⇒ **Erklärung 2 unzureichend!**



# Lineare Wellen

## Erklärung 3

- Lineare Wellenfokussierung



Aber: Erzeugung einzelner langer Wellen unrealistisch

⇒ Erklärung 3 unzureichend!

⇒ Lineare Theorie unzureichend!

## Nichtlineare Wellen

- Fluiddynamik beschrieben durch Navier-Stokes-Gleichung (Claude-Louis Navier 1785-1836, George Stokes 1819-1903)
- Nichtlinear, d.h. "Rückkopplung"!  
⇒ neue Effekte, z.B. **Selbstfokussierung**:  
Falls eine Welle gross genug ist, kann sie von alleine immer noch grösser werden, während sie gleichzeitig immer steiler wird!  
⇒ attraktiv für die Beschreibung von Monsterwellen!
- Navier-Stokes-Gleichung sehr kompliziert  
⇒ vereinfachte approximative nichtlineare Modelle

### Erklärung 4

- nichtlineares Einwellensystem
- erfasst qualitative Anatomie einer Monsterwelle

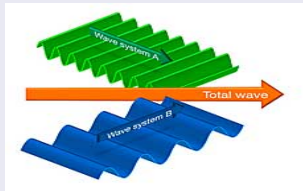
Aber: viele der Havarien geschehen in der sog. *Kreuzsee*

⇒ **Erklärung 4 unzureichend!**

# Nichtlineare Wellen

## Erklärung 5

- nichtlineares Zweiwellensystem



M.Onorato, A.R.Osborne, M.Serio, Phys.Rev.Lett. 96, 014503 (2006)

P.K.Shukla, I.Kourakis, B.Eliasson, M.Marklund, L.Stenflo, Phys.Rev.Lett. 97 094501 (2006)

⇒ Erklärung 5: erster Schritt im Verständnis der Monsterwellen!

# Nichtlineare Schrödinger-Gleichung

## Herleitung

- Navier-Stokes-Gleichung spezialisiert für inkompressibles, wirbelfreies und nicht visköses Fluidum
- vereinfachtes nichtlineares Modell: Zakharov-Gleichung (2 + 1 Dim.)
- spezialisiert auf Zweiwellensystem  
⇒ System gekoppelter nichtlinearer Schrödinger-Gleichungen!

$$\left( i \frac{\partial}{\partial t} + i \mathbf{v} \cdot \nabla + \nabla \cdot \mathcal{D} \nabla + \lambda |\Psi|^2 + \mu |\Phi|^2 \right) \Psi = 0$$
$$\left( i \frac{\partial}{\partial t} + i \tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla + \nabla \cdot \tilde{\mathcal{D}} \nabla + \lambda |\Phi|^2 + \mu |\Psi|^2 \right) \Phi = 0$$

$\Psi, \Phi$ : Amplituden der Wellenhüllen

$\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{v}}, \mathcal{D}, \tilde{\mathcal{D}}$ : Dispersionen,  $\lambda, \mu$ : Kopplungskoeffizienten

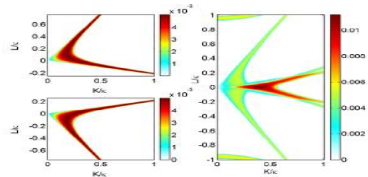
# Wachstumsrate

## Dispersionsrelation

- homogene, harmonische Lösung  $\Psi_0$  und  $\Phi_0$
- kleine harmonische Störung  $e^{i(k \cdot r - \omega t)}$  von  $\Psi_0$  und  $\Phi_0$ :

$$\left([\omega - v \cdot k]^2 - \Omega_1^2\right) \left([\omega - \tilde{v} \cdot k]^2 - \Omega_2^2\right) = \Omega_3^4$$

Numerische Lösung für den  
Imaginärteil von  $\omega$  in  
 $e^{-i\omega t} = e^{-i \operatorname{Re}(\omega)t} e^{\operatorname{Im}(\omega)t}$



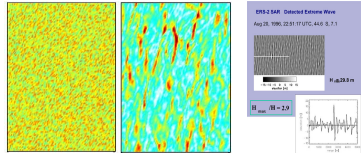
## Eigenschaften

- 1 max. Wachstumsrate mehr als doppelt so gross im Zweiwellensystem
- 2 Winkelabhängigkeit: grösste Verstärkung bei  $45^\circ$

# Dynamik

## Zeitabhängige Schrödinger-Gleichung

- Anfangsbedingungen: gleiche Amplituden plus Rauschen
- gemäss Dispersionsrelation: Wellenfronten nach rechts



## Eigenschaften

- 1 neue Instabilität aufgrund Kopplung beider Wellen:  
⇒ lokalisierte Wellenpakete (dagegen im Einwellensystem: weites Spektrum von Wellen in verschiedene Richtungen)
- 2 grosse Amplituden! (mehr als dreimal grösser als Anfangswellen)

## Zusammenfassung

Nach anfänglicher Skepsis werden Monsterwellen heute wissenschaftlich ernst genommen, u.a. da dieses Modell eines nichtlinearen Zweiwellensystems folgende mit den Beobachtungen übereinstimmende Eigenschaften aufweist:

### Resultate

- 1 nichtlinearer Energieaustausch führt zu Wellenkollaps, d.h. die starke Instabilität kann in kürzester Zeit sehr hohe und steile Wellen erzeugen
- 2 natürlich entstehende Strukturen haben realistisches Aussehen (MaxWave), z.B. lokalisierte, separierte Wellenpakete
- 3 häufigeres Auftreten (MaxWave) erklärbar mit neuem Modell

### Anwendungen

- Vorhersagen von Monsterwellen (Schifffahrt, Bohrinseln, Versicherungen,...)



[Movie]

## Zum Titel

Die nichtlineare **Schrödinger**-Gleichung tritt in diversen Zusammenhängen auf:

### Anwendungen

- 1 Bose-Einstein-Kondensation (Quantenmechanik):  
aus linearer Schrödinger-Gleichung (Gross-Pitaevski-Gleichung)
- 2 Optik, Materialien (klassische Elektrodynamik):  
aus Maxwell-Gleichungen
- 3 Plasmaphysik
- 4 etc....



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!



Katsushika Hokusai *Die grosse Welle vor Kanagawa* (Holzschnitt, 1830)