
Statistiques – TD 6

W. Aschbacher (<http://aschbacher.univ-tln.fr/>)

MB31 L2 Cours du 1er semestre 2013–2014 (6×2h CM et 8×1:30h TD)

Licence Biologie

Exercice 19. Soit (Ω, \mathcal{A}, P) un espace probabilisé et $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ une var ayant la fonction de répartition $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$F(x) := \begin{cases} \frac{1}{3} e^x, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

Calculer $P(X = x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. La var X est-elle continue ?

Mots-clés : Fonction de répartition

Exercice 20. Montrer :

- (a) Soit X la var qui décrit le jet d'un dé équilibré où on code 1 pour les résultats impairs et 0 pour les résultats pairs. Alors, $X \sim \mathcal{B}(1, \frac{1}{2})$.
- (b) Soit X la var qui décrit le lancer d'une pièce biaisée où on code 1 pour pile et 0 pour face. Alors, $X \sim \mathcal{B}(1, p)$ pour un $p \in]0, 1[\setminus \{\frac{1}{2}\}$.

Mots-clés : Espace probabilisé, image, image réciproque, loi de Bernoulli

Exercice 21. La durée de vie d'une drosophile tirée au sort dans une population donnée est décrite par une var X ayant la propriété $X \sim \mathcal{E}(\theta)$ pour un $\theta > 0$.

Calculer l'espérance et l'écart type de la durée de vie.

Mots-clés : Loi exponentielle, espérance, variance, [intégration par parties]

Exercice 22. Soit (Ω, \mathcal{A}, P) un espace probabilisé, $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ une var ayant la fonction de répartition F et soient $a, b \in \mathbb{R}$ avec $a < b$. Montrer :

(a) $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$

Soit X est une var de densité f . Montrer :

(b) $\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) = 1$

(c) $P(X \in [a, b]) = \int_a^b dx f(x)$

Mots-clés : Fonction de répartition, propriétés densité