UNIVERSITÉ DE TOULON

UFR Sciences et Techniques

Fonctions analytiques – TD 16

W. Aschbacher (*http ://aschbacher.univ-tln.fr/*)

M65 L3 Cours du 2e semestre 2014 – 2015 (19x2h CM et 19x2h TD)

Licence Mathématiques

Exercice 61. Soit $f \in \mathcal{M}(D)$ et soit $\mathcal{P}(f)$ fini. Montrer qu'il existe une fonction rationnelle h dans D t.q. $\mathcal{P}(h) = \mathcal{P}(f)$ et $f - h \in \mathcal{O}(D)$.

Exercice 62. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, les fonctions $f_n \in \mathcal{M}(\mathbb{C})$ sont définies, pour tout $z \in \mathbb{C} \setminus \{-n\}$, par

$$f_n(z) := \frac{(-1)^{n+1}}{z+n}.$$

Montrer que la série $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ converge compactement dans $\mathbb{C}$ mais qu'elle ne converge pas normalement dans $\mathbb{C}$.

Exercice 63. La fonction $f \in \mathcal{O}(A_{\sqrt{2},2}(-\mathrm{i}))$ est définie, pour tout $z \in A_{\sqrt{2},2}(-\mathrm{i})$, par

$$f(z) := \frac{z}{z^2 - (1+\mathrm{i})z + \mathrm{i}}.$$

Déterminer la décomposition de Laurent de f.

Exercice 64. La fonction $f \in \mathcal{O}(A_{1,2}(1))$ est définie, pour tout $z \in A_{1,2}(1)$, par

$$f(z) := \frac{1}{z}.$$

Déterminer le développement de Laurent de f.