

## Fonctions analytiques – TD 19

W. Aschbacher (<http://aschbacher.univ-tln.fr/>)

**M65 L3** Cours du 2e semestre 2014 – 2015 (19x2h CM et 19x2h TD)

Licence Mathématiques

**Exercice 73.** Soient  $c \in \mathbb{C}$  et  $r > 0$  et soient  $f, g \in \mathcal{O}(B_r(c))$  t.q.

(a)  $f(c) \neq 0$ ,

(b)  $g(c) = 0$  et  $g'(c) \neq 0$ .

Montrer que  $f/g$  possède un pôle simple en  $c$  et que

$$\operatorname{res}_c \left( \frac{f}{g} \right) = \frac{f(c)}{g'(c)}.$$

**Exercice 74.** Montrer :

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{x^2}{1+x^4} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

**Exercice 75.** Soient  $m, n \in \mathbb{N}^*$  avec  $m < n$ . Montrer :

$$\int_0^{\infty} dx \frac{x^{m-1}}{1+x^n} = \frac{\pi}{n \sin\left(\frac{m\pi}{n}\right)}$$

**Exercice 76.** Soient  $a, b > 0$ . Montrer :

$$\int_0^{\infty} dx \frac{x \sin(ax)}{x^2 + b^2} = \frac{\pi}{2e^{ab}}$$