

Initiation à la recherche – TD 1

W. Aschbacher (<http://aschbacher.univ-tln.fr/>)

M74 M1 Cours du 1er semestre 2014 – 2015 (2e partie ; (6x2+1x1.5)h CM et TD)

Master Mathématiques

Exercice 1. $O(d)$ et $SO(d)$ sont des GLM.

Exercice 2. Soit $A \in SU(2)$. Alors, il existe $a, b \in \mathbb{C}$ avec $|a|^2 + |b|^2 = 1$ t.q.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ -\bar{b} & \bar{a} \end{bmatrix}.$$

Exercice 3.

- (a) $Sp(1, \mathbb{R}) = SL(2, \mathbb{R})$
- (b) $Sp(1, \mathbb{C}) = SL(2, \mathbb{C})$
- (c) $Sp(1) = SU(2)$

Exercice 4. Soient $x = (x_1, \dots, x_d), y = (y_1, \dots, y_d) \in \mathbb{R}^d$ et $(x, y) := \sum_{i=1}^d x_i y_i$ le produit scalaire euclidien sur \mathbb{R}^d . Alors, $A \in O(d)$ ssi $(Ax, Ay) = (x, y)$ pour tout $x, y \in \mathbb{R}^d$.

Exercice 5. Les GLM $O(d, \mathbb{C}), SO(d, \mathbb{C}), O(p, q), SO(p, q), Sp(d, \mathbb{R})$ et $Sp(d, \mathbb{C})$ ne sont pas compacts (en général).