





# Master 2 UE01: Algèbres d'opérateurs et théorie quantique

## Contenu

## C\*-Algèbres

Définitions, Exemples, Analyse spectrale, Représentations et états, Construction de Gelfand-Naimark-Segal **W\*-Algèbres** 

Topologies d'opérateurs, Commutant, Théorème du bicommutant

#### Théorie de Tomita-Takesaki

Opérateurs modulaires, Groupe modulaire, Théorème de Tomita-Takesaki, Etats KMS

### • Formule-clé

# Thm: Gelfand-Naimark-Segal (GNS)

Soit  $\mathcal{A}$  une C\*-algèbre et  $\omega$  un état sur  $\mathcal{A}$ . Alors, il existe une (unique) représentation cyclique  $(\mathcal{H}_{\omega}, \pi_{\omega}, \Omega_{\omega})$  de  $\mathcal{A}$  t.q., pour tout  $A \in \mathcal{A}$ :

$$\omega(A) = (\Omega_{\omega}, \pi_{\omega}(A)\Omega_{\omega})$$

# Applications

Approche algébrique de la *mécanique (statistique) quantique*, Approche algébrique de la *théorie quantique des champs*, Théorie des représentations de groupes, Géométrie non commutative, ...